

浸入边界法模拟小圆柱对主圆柱 涡脱落的抑制

宋利伟¹, 吴颂平^{1,2,3}

- (1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191;
2. 北京航空航天大学 国家计算流体力学实验室, 北京 100191;
3. 北京航空航天大学 流体力学教育部重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 使用浸入边界法研究了小圆柱对主圆柱涡脱落的抑制. 方法中使用非贴体笛儿网格, 易于处理包含复杂边界的流动问题. 采用离散附加力直接加入边界条件方法对虚单元进行重构, 使边界条件在浸入边界上精确满足. 使用隐式分步法解二维非定常不可压 Navier-Stokes 方程, 通过速度和压力解耦提高计算效率. 数值模拟单圆柱绕流及不同位置小圆柱和主圆柱的流动干扰, 通过分析流场涡结构和升、阻力系数, 得到小圆柱对主圆柱涡脱落的延迟和抑制作用. 计算结果与已有实验结论和数值结果对比, 计算误差不超过 5%, 说明浸入边界法可以简单有效地处理圆柱涡脱落抑制这类流动干扰问题.

关 键 词: 涡脱落抑制; 不可压流动; 浸入边界法; 分步法; 非贴体网格

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Suppression of vortex shedding around main circular cylinder by another small control cylinder using immersed boundary method

SONG Li-wei¹, WU Song-ping^{1,2,3}

- (1. School of Aeronautic Science and Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. National Laboratory for Computational Fluid Dynamics,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
3. Key Laboratory of Fluid Mechanics of Ministry of Education,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Based on the immersed boundary method, the suppression of vortex shedding around a main circular cylinder by another small control cylinder was numerically studied. The flow was computed on non-body conformal Cartesian grid, which was suitable for problems with complex boundaries. The discrete forcing direct boundary condition imposition could impose boundary condition on immersed boundary accurately. An implicit fractional step method on collocated grid was used to solve the two-dimensional unsteady incompressible Navier-Stokes equations, and improve its computational efficiency by decoupling of velocity and pressure. The numerical simulations included the flow over a cylinder and the flow interference between a main circular cylinder and another small control cylinder located at two different positions. From analysis on the vortex structure of flow fields and the lift and

收稿日期:2013-03-21

基金项目:国家自然科学基金(91016006)

作者简介:宋利伟(1979—),男,辽宁海城人,博士生,主要从事计算流体力学研究.

drag coefficients, the delay and complete suppression of vortex shedding behind the main circular cylinder was found. All the calculated results agreed well with the previous experiment and numerical results, with the error not exceeding 5%. This indicates the immersed boundary method could be simply and efficiently used for numerical simulation on suppression of vortex shedding.

Key words: suppression of vortex shedding; incompressible flow; immersed boundary method; fractional step method; non-body conformal grid

圆柱绕流包含非定常流动的许多复杂流动机理^[1-2],对其开展研究不仅具有理论意义而且具有工程应用背景,如航空宇航工程、兵器工业、海洋和建筑工程等,会涉及到涡脱落导致流体的载荷特征变化和结构振动等问题.对于单个圆柱绕流,可以在其斜后方再放置一个小圆柱,通过小圆柱和主圆柱的流动干扰来实现对主圆柱涡脱落的抑制.

圆柱涡脱落的抑制问题首先由 Strykowski 和 Sreenivasan^[3]开展实验研究,用于验证小圆柱对主圆柱涡脱落和阻力的影响.实验发现不同位置的小圆柱能够改变流动的稳定性的,可以起到延迟和抑制主圆柱涡脱落的作用.在文献^[3]中对这一的机理现象给出了详细的解释.

文献^[3]同时进行了数值计算研究,流动问题求解使用单区结构网格,小圆柱的模拟是通过在计算域内部的6个网格节点上施加无滑移边界条件来实现.后来 Dipankar 等^[4]采用 over-set 网格方法验证了文献^[3]的实验结果和数值结果. Kim 和 Choi^[5]使用有限体积方法对这类问题进行数值模拟,得到了与文献^[3]相一致的结论.国内的李椿萱等^[6]以及彭少波和吴子牛^[7]采用重叠网格方法,对小圆柱控制主圆柱的流场结构特性和非定常演化过程的影响进行了详细的数值研究.

浸入边界法最初由 Paskin^[8]在1972年提出, Mittal 和 Iaccarino^[9]对浸入边界法进行了总结性回顾.浸入边界法使用非贴体笛卡儿网格,物体的存在对流体影响通过对控制方程的修改来实现,这在很大程度上可以简化和加速求解过程,特别是对于包括复杂静止或运动边界的流动问题.

本文使用 Mittal 等^[10]提出的虚单元浸入边界法,适合于求解圆柱绕流这类刚性壁面问题.采用同位网格下的隐式分步法^[11]求解二维非定常黏性不可压 Navier-Stokes 方程,通过速度和压力解耦来提高求解效率.对单圆柱绕流及主圆柱和小圆柱的流动干扰进行数值模拟,得到满意的计

算结果,表明浸入边界法处理这类问题的有效性.

1 数值方法

1.1 控制方程和离散格式

考虑的控制方程是二维非定常黏性不可压 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2)$$

其中 u_i 是速度分量, p 是压力, ρ 和 ν 分别是流体密度和运动黏度.

式(2)使用单元中心同位布置原始变量离散,除了单元中心速度外,面中心速度 U_i 也需要计算.使用 Van Kan^[11]的隐式分步法在时间上对控制方程进行积分,整个求解过程由3步组成.

第1步,求解动量方程得到中间速度 u^* .其中对流项使用2阶 Adams-Bashforth 格式离散,扩散项使用隐式 Crank-Nicolson 格式离散,这样可以消除黏性稳定性限制.在单元节点处求解下面的动量方程:

$$\begin{aligned} \frac{u_i^* - u_i^n}{\Delta t} + \frac{1}{2} (3N_i^n - N_i^{n-1}) = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p^n}{\delta x_i} + \frac{1}{2} (D_i^* + D_i^n) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $N_i = \frac{\delta(U_j u_i)}{\delta x_j}$ 和 $D_i = \nu \frac{\delta}{\delta x_j} \left(\frac{\delta u_i}{\delta x_j} \right)$ 分别表示对流项和扩散项, $\frac{\delta}{\delta x}$ 表示2阶中心差分.离散方程

组使用 line-SOR (successive over-relaxation) 方法求解.面中心速度 U_i 使用相关节点速度加权平均来计算,与交错布置变量的情况类似,只需要计算与单元面垂直的速度分量,用于计算每个单元的体积通量.这一过程可以从根本上消除通常出现在非交错网格方法中的奇偶解耦现象,避免了空间上大的压力变化.

第2步,求解压力修正 p' 的方程

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\delta p'}{\delta x_i} \quad (4)$$

方程需要满足速度 u_i^{n+1} 自由散度的要求. 这里给出压力修正的泊松方程

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta}{\delta x_i} \left(\frac{\delta p'}{\delta x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\delta U_i^*}{\delta x_i} \quad (5)$$

其中面中心速度的中间值 U_i^* 需要通过平均进行计算, 求解泊松方程同样使用 line-SOR 方法.

第3步, 得到压力修正后, 使用下列公式对压力和速度进行更新

$$p^{n+1} = p^n + p' \quad (6)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\delta p'}{\delta x_i} \quad (7)$$

$$U_i^{n+1} = U_i^* - \Delta t \frac{1}{\rho} \frac{\delta p'}{\delta x_i} \quad (8)$$

单独更新界面速度能够使离散质量守恒满足

机器精度^[12], 用这些速度来计算式(2)中的非线性对流通量, 可以使求解过程更具精确性和鲁棒性. 同位网格格式应用起来比传统交错网格格式简单^[13], 与中心差分空间格式配合使用时, 数值离散具有良好的离散动力学能量守恒性质, 使其不需要人工耗散或迎风就可以模拟雷诺数相对高的流动.

1.2 虚单元浸入边界法

浸入边界法不用考虑物面边界的复杂性, 使用拓扑结构简单的非贴体笛卡儿网格作为背景网格, 物面边界浸入在背景网格中. 对于本文研究的两圆柱流动干扰问题, 数值模拟时通常使用的结构网格为多块对接网格和重叠网格, 图1给出了这两种类型网格与本文采用的单区非贴体笛卡儿网格的对比.

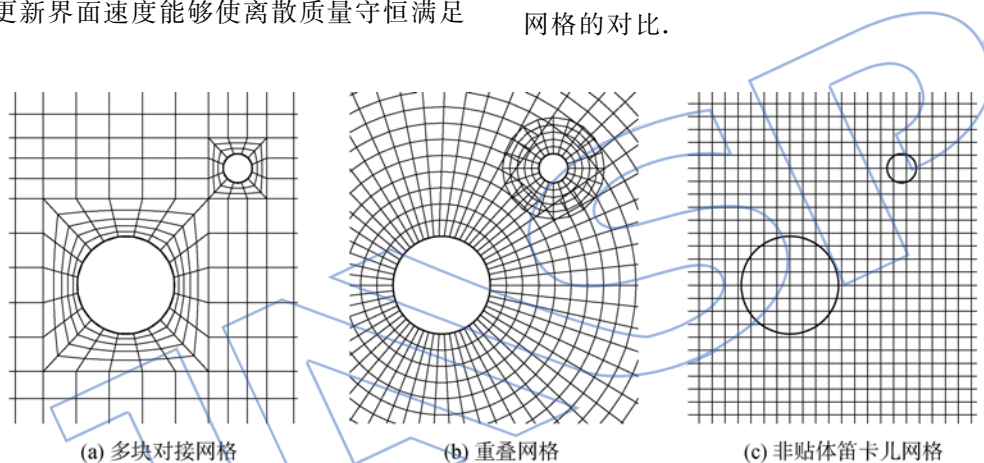


图1 3种类型结构网格对比

Fig. 1 Comparison of three types of structured grid

使用非贴体笛卡儿网格可以缩短在计算流体力学前处理过程中网格生成所占用的时间, 并且降低对操作者经验的依赖性. 单区网格在计算中不需要处理与重建网格相关的问题, 如网格质量和网格插值误差, 计算效率高于多区网格. 笛卡儿网格在求解控制方程时无需坐标变换, 计算格式易于实现, 计算方法易于并行化. 这些都使问题的求解得到简化和加速.

虚单元浸入边界法是通过虚单元上流场变量的重构来加入边界条件, 因此需要对背景网格单元进行分类. 首先识别单元中心分别位于固体内部和外部的网格单元, 记作固体单元和流体单元. 流固单元分类完成后确定虚单元, 虚单元是指与流体单元相邻的固体单元. 图2给出二维边界截断笛卡儿网格得到的各类型网格单元. 其中 SC 表示固体单元, FC 表示流体单元, GC 表示虚单元, BI 表示边界截断点, IP 表示像点.

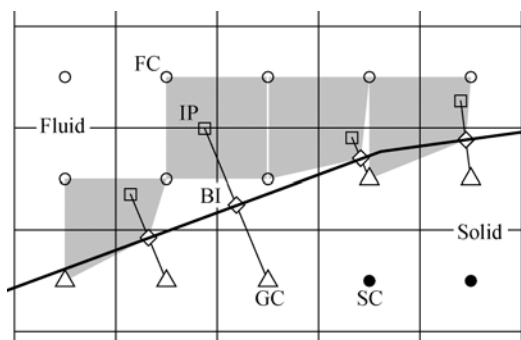


图2 虚单元浸入边界法中的各类型单元

Fig. 2 Various types of grid cell used in ghost cell immersed boundary method

对于虚单元的重构, 需要从这些单元的节点 (GC) 延伸一个与浸入边界垂直相交的线性片段到流体中, 得到一个像点 (IP), 边界截断点 (BI) 是虚单元和像点的中点. 识别出了边界截断点和相

应像点后,有许多方法可用于构造插值格式^[14],这里使用双线性插值表示像点周围4个节点间区域内变量的值,一般的流动变量 ϕ 可表示为

$$\phi = c_1 x_1 x_2 + c_2 x_1 + c_3 x_2 + c_4 \quad (9)$$

其中 x_i 是笛卡儿方向坐标值, c_i 是待定系数.

利用插值方法得到位于像点处的流动变量值后,虚单元上的值就可以结合边界截断点上的边界条件,使用一个沿着法向的线性近似得到.对于满足 Dirichlet 条件的速度变量,采用的公式为

$$\phi_{bi} = \frac{1}{2}(\phi_{ip} + \phi_{gc}) + O(\Delta l^2) \quad (10)$$

其中 ϕ_{bi} 表示在边界截断点的 ϕ 值, ϕ_{ip} 和 ϕ_{gc} 分别表示在像点和虚单元上的 ϕ 值, Δl 是由虚单元指向像点的法向线段部分的长度.对于压力修正泊松方程,在浸入边界上需要加入 Neumann 边界条件,根据边界法向方向上的2阶中心差分格式,得到的公式为

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_{bi} = \frac{\phi_{ip} - \phi_{gc}}{\Delta l} + O(\Delta l^2) \quad (11)$$

虚单元重构实际是一个5点插值过程,比贴体网格中的直接加入边界条件复杂,但是重构过程的计算与整个流场计算相比要低一个维数,所以占用的时间消耗不会太多.

2 计算结果

2.1 单圆柱绕流

单圆柱绕流问题是验证浸入边界法解算器的典型算例.在低雷诺数情况下是扩散主导的蠕变流动;提高雷诺数至40时圆柱后面将附着两个对称涡;继续增加雷诺数,附着涡被拉伸并破裂,流动扭曲,在尾流中形成交错的涡脱落.

将直径为 D 的圆柱置于流场区域,圆心位于原点处,计算区域为 $[-10D, 40D] \times [-10D, 10D]$,保证区域外边界距离圆柱足够远以减小其对流动发展的影响.使用 338×208 的非均匀笛卡儿网格,如图3所示,圆柱附近布置节点距离为 $0.015D$ 的均匀笛卡儿网格.入口设置为定常速度型,压力使用外插;出口处速度使用外插,压力取为远场压力值;两个侧边界使用对称边界条件.

数值模拟中的特征长度和速度分别为圆柱的直径 D 和入口处的定常速度 u_∞ ,雷诺数定义为 $Re = u_\infty D / \nu$,无量纲时间定义为 $T = t u_\infty / D$,升力系数定义为 $C_l = F_y / \left(\frac{1}{2} \rho u_\infty^2 D \right)$,阻力系数定义为 $C_d = F_x / \left(\frac{1}{2} \rho u_\infty^2 D \right)$,其中 $\mathbf{F} = \int (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma}) dA$,总应

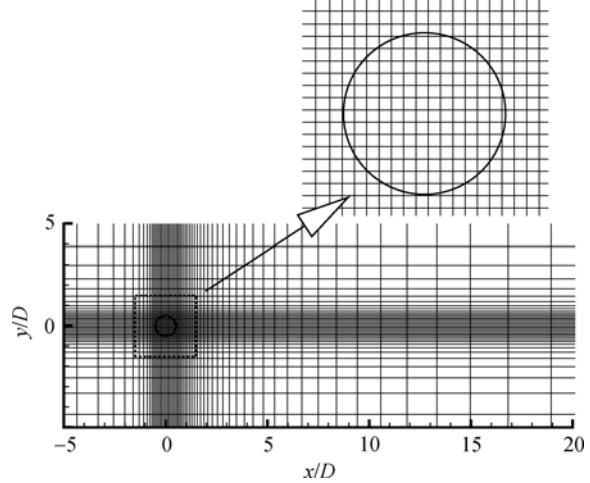


图3 圆柱绕流计算域网格和圆柱附近笛卡儿网格
(每5个网格线显示1个)

Fig. 3 Cartesian grids on computation domain and near the cylinder for flow past cylinder
(only every 5 grid lines is plotted)

力 $\boldsymbol{\sigma}$ 可以分解为压力和切应力 $\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}$.当流动变得不稳定时,圆柱尾流的静止涡将演化发展成一个脱落频率 f_q 的卡门涡街,无量纲涡脱落频率称为斯特劳哈尔数,定义为 $St = f_q D / u_\infty$.

对 $Re=100$ 和 $Re=200$ 两个雷诺数下的单圆柱绕流问题进行数值模拟,图4是计算所得升力系数和阻力系数随时间变化曲线.为了进一步验证模拟结果,在表1中对比了阻力系数、升力系数振幅和斯特劳哈尔数,与文献[15-17]中的数值结果符合得非常好.图5为计算所得流场的涡量等值线图,可以看出其很好地捕捉到圆柱尾流中的非定常涡.

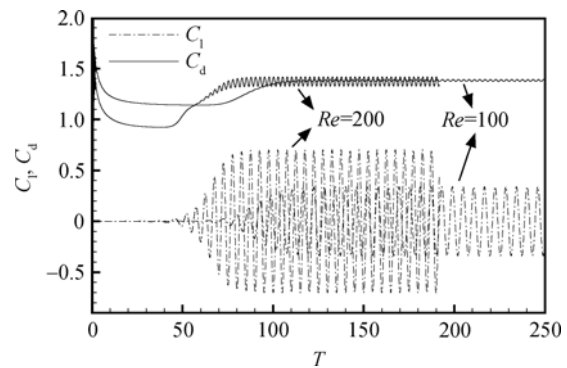


图4 单圆柱绕流的升力系数和阻力系数随时间变化曲线

Fig. 4 Time history of lift coefficients and drag coefficients computed for flow past a cylinder

表1 单圆柱绕流阻力系数,升力系数振幅和斯特劳哈尔数比较

Table 1 Comparison of drag coefficient, lift coefficient amplitude and Strouhal number computed for flow past a cylinder

文献	$Re=100$			$Re=200$		
	C_d	C_l	Sr	C_d	C_l	Sr
本文	1.37	0.332	0.170	1.36	0.70	0.200
文献[15]	1.35	0.303	0.167	1.37	0.71	0.198
文献[16]	1.42	0.340	0.171	1.42	0.66	0.202
文献[17]	1.35	0.339	0.164	1.31	0.69	0.192

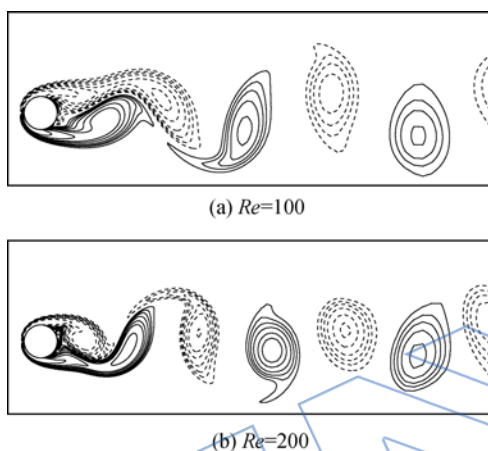


图5 单圆柱绕流涡量等值线

Fig. 5 Vorticity contours for flow past a cylinder

2.2 圆柱涡脱落抑制

对不同直径两圆柱的流动干扰进行数值模拟,来研究小圆柱对主圆柱涡脱落的抑制.其中主圆柱直径为 D ,圆心位于原点处;小圆柱直径为 $D/3$,圆心 (x_s, y_s) 分别位于 $(2D, 0.5D)$ 和 $(2D, 1D)$ 两个不同位置.计算域的大小和边界条件与前例单圆柱绕流问题相同,仍然采用单区非均匀笛卡儿网格,网格拓扑结构如图1(c)所示,网格节点数量为 427×373 .在两个圆柱的附近区域使用节点距离为 $0.015D$ 的均匀网格进行加密.考虑雷诺数为 $Re=80$ 时,对无小圆柱的单圆柱绕流和有分别位于不同位置小圆柱的两圆柱流动干扰3种情况进行计算.

图6为主圆柱的升力系数和阻力系数随时间变化曲线,可以发现与单圆柱相比,有流动干扰时主圆柱的升力系数波动幅度分别表现为明显降低和完全消失,这说明小圆柱起到了延迟和完全抑制主圆柱涡脱落的作用;同时主圆柱的阻力系数

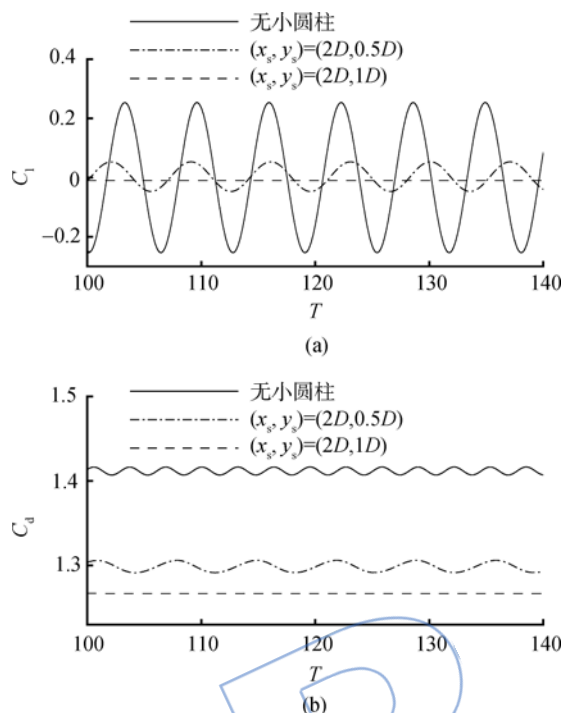


图6 主圆柱升力系数和阻力系数随时间变化曲线

Fig. 6 Time history of lift coefficients and drag coefficients of the main circular cylinder

也逐渐降低,说明小圆柱具有修正主圆柱阻力的作用,这与文献[3]的结论一致.

表2给出计算所得主圆柱和小圆柱的阻力系数和升力系数振幅的对比数据,可以看出当前计算结果与Kim和Choi^[5]的计算结果基本符合.由于小圆柱的存在,使得主圆柱的阻力系数降低,对于 $(x_s, y_s) = (2D, 0.5D)$,两圆柱的阻力系数之和与单圆柱绕流时的阻力系数基本相同;对于 $(x_s, y_s) = (2D, 1D)$,总阻力系数有所增加.

图7为计算所得3种情况下流场的涡量等值线图,可以看出主圆柱的尾流状态由非定常到定

表2 主圆柱和小圆柱的阻力系数和升力系数振幅的结果对比

Table 2 Comparison of drag coefficient and lift coefficient amplitude of main circular cylinder and small control cylinder with previous study

小圆柱位置	来源	C_{d1}	C_{l1}	C_{d2}	C_{l2}
无小圆柱	本文	1.41	0.248		
	文献[5]	1.37	0.241		
$(x_s, y_s) = (2D, 0.5D)$	本文	1.30	0.050	0.136	0.064
	文献[5]	1.24	0.048	0.130	0.065
$(x_s, y_s) = (2D, 1D)$	本文	1.27	-0.010	0.503	-0.080
	文献[5]	1.17	0	0.461	0

常、涡脱落由延迟到抑制的变化过程。这说明不同位置的小圆柱影了流动的稳定性的,这些流动形态与 Strykowski 和 Sreenivasan^[3] 的实验结论完全相同。

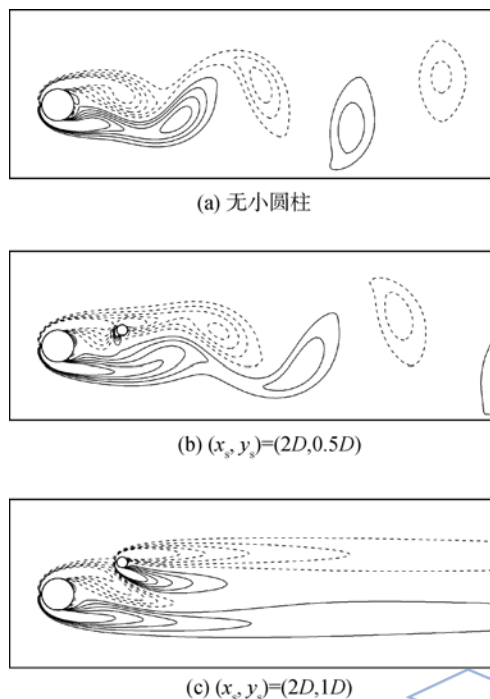


图7 3种情况下流场的涡量等值线图

Fig. 7 Vorticity contours for flow field in three cases

3 结论

使用虚单元浸入边界方法,在单区非贴体笛儿尔网格上数值模拟小圆柱和主圆柱的流动干扰,研究小圆柱对主圆柱涡脱落的抑制。得到以下结论:

1) 当小圆柱位于 $(2D, 0.5D)$ 时,可以延迟主圆柱的涡脱落,并且主圆柱阻力系数明显下降。

2) 当小圆柱位于 $(2D, 1D)$ 时,主圆柱的涡脱落被完全抑制,流场由非定常状态变为定常状态。

数值计算结果与已有实验和计算结果符合较好,表明使用浸入边界法处理圆柱涡脱落抑制这类复杂几何流动干扰问题是简单的和有效的。

参考文献:

- [1] Zdravkovich M M. The effects of interference between circular cylinders in cross flow[J]. Journal of Fluids and Structures, 1987, 1(2): 239-261.
- [2] Zdravkovich M M. Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements[J]. Journal of Fluids Engineering, 1977, 99(4): 618-633.
- [3] Strykowski P J, Sreenivasan K R. On the formation and suppression of vortex shedding at low Reynolds numbers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1990, 218(9): 71-107.
- [4] Dipankar A, Sengupta T K, Talla S B. Suppression of vortex shedding behind a circular cylinder by another control cylinder at low Reynolds numbers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2007, 573(2): 171-190.
- [5] Kim J, Choi H. An immersed-boundary finite-volume method for simulation of heat transfer in complex geometries[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2004, 18(6): 1026-1035.
- [6] 李椿萱, 彭少波, 吴子牛. 附属小圆柱对主圆柱绕流影响的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(11): 951-968.
LEE Chunhian, PENG Shaobo, WU Ziniu. Numerical study of flow around a main cylinder by controlled satellite cylinders[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(11): 951-968. (in Chinese)
- [7] 彭少波, 吴子牛. 小圆柱控制主圆柱涡脱落的详细流动结构数值研究[J]. 兵工学报, 2000, 20(suppl.): 29-31.
PENG Shaobo, WU Ziniu. Numerical study of flow field structures behind a circular cylinder with vortex shedding controlled by a small cylinder[J]. Acta Armamentarii, 2000, 20(suppl.): 29-31. (in Chinese)
- [8] Peskin C S. Flow patterns around heart valves: a numerical method[J]. Journal of Computational Physics, 1972, 10(2): 252-271.
- [9] Mittal R, Iaccarino G. Immersed boundary methods[J]. Annual Reviews of Fluid Mechanics, 2005, 37(2): 239-261.
- [10] Mittal R, Dong H, Bozkurtas M, et al. A versatile sharp interface immersed boundary method for incompressible flows with complex boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 2008, 227(10): 4825-4852.
- [11] Van Kan J. A second-order accurate pressure-correction scheme for viscous incompressible flow[J]. Journal on Scientific and Statistical Computing, 1986, 7(3): 870-891.
- [12] Ye T, Mittal R, Udaykumar H S, et al. An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 1999, 156(2): 209-240.
- [13] Zang Y, Streett R L, Koseff J R. A non-staggered fractional step method for time-dependent incompressible Navier-Stokes equations in curvilinear coordinates[J]. Journal of Computational Physics, 1994, 114(1): 18-33.
- [14] Majumdar S, Iaccarino G, Durbin P A. RANS solver with adaptive structured boundary non-conforming grids[C]// CTR Annual Research Briefs. Stanford: Center for Turbulence Research, 2001: 353-366.
- [15] Chiu P H, Lin R K, Sheu Tony W H. A differentially interpolated direct forcing immersed boundary method for predicting incompressible Navier-Stokes equations in time-varying complex geometries[J]. Journal of Computational Physics, 2010, 229(12): 4476-4500.
- [16] Xu S, Wang Z J. An immersed interface method for simulating the interaction of a fluid with moving boundaries[J]. Journal of Computational Physics, 2006, 216(2): 454-493.
- [17] Liu C, Zheng X, Sung C H. Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows[J]. Journal of Computational Physics, 1998, 139(1): 35-57.